平成２６年度

# 課 題 研 究 集 録

岩手県立水沢高等学校理数科

# 目　次



平成24年度入学生の理数科生徒43名が、平成25年度から26年度にわたり学校設定科目「サイエンス・プロジェクトⅠ・Ⅱ」で実施した課題研究の成果をまとめたものである。

# モンティ・ホール問題を用いたベイズの定理による確率変動

岩手県立水沢高校理数科３年
今野良宜　佐々木修　千田貴大　平間博人

The change of the probability on Monty Hall Problem

Yoshinobu KONNO, Shu SASAKI, Takahiro CHIDA , Hiroto HIRAMA

ABSTRACT

The Monty Hall Problem is a problem of a conditional probability by using Bayes' theorem. We got interested in it, and wanted to solve it by ourselves. We added the conditions of increasing the number of doors, changing a choice, opening a door, and increasing the number of trials. As a result, we consider that the causes are the probability that the door is opened, a timing of changing, and repeating the same operation. Also, the probability continues changing when we repeat the same operation. We find more search is necessary. We mention the assignment not only to find the probability distribution of a regular probability but also to express it with formulas.

Key Word
equally likely, actual probability, apparent probability, Bayes' theorem, Monty Hall Problem
モンティ・ホール問題 ベイズの定理 確率変動 選択 変更

## 1. はじめに

動機

簡単な操作を加えることによって確率が変動するモンティ・ホール問題を不思議に思った。また，そこに魅力を感じ，興味を持ち始め，自分たちの力で解明，研究，発展させたいと感じ，活動を始めた。

仮説

扉の枚数を増やして順に開け，扉を変更し続けた場合，選ぶ扉を変更し続ければ当たる確率が，徐々に高まるのではないか。

研究目的

・見た目で感じる確率と条件を加えたことによる実際の確率の違いを明確にする

・数学的考え方を日常にもたらす

## 2. 研究方法

モンティ・ホール問題

＜イ＞ 3 面の扉の裏に｛当たり，はずれ，はずれ｝がランダムに入っている。

＜ロ＞ 客は扉を 1 面選ぶ。司会は残りの扉のうち 1 面を必ず開ける。司会の開ける扉は，必ずはずれの扉である。

＜ハ＞ 司会は客に扉を選び直して良いと

必ず言う。

＜ニ＞ 扉を選び直した方が得か,＜ロ＞で選んだ扉のままの方が得か。

この問題を用いて以下の推論を展開した。扉の面数を n 面とし,当たりの面数を 1 面とする時,以下の 4 つをベイズの定理を用いて推論した。また,扉の名称を A,B,C,… とする。

Case.1 客が 1 面選び,司会が選択された扉と当たりの扉以外の扉を 1 面開けた時,残りの (n-1) 面のそれぞれの扉から当たりが出る確率。

Case.2 客が 1 面選び,司会が選択された扉と当たりの扉以外の扉のうち k 面を同時に開けた時,残りの (n-k) 面のそれぞれの扉から当たりが出る確率。

Case.3 客が 1 面選び,司会が 1 面開ける操作をそれぞれ繰り返す。その時それぞれの扉から当たりが出る確率。

Case.4 Case.3 に,「開けた扉を閉め直し,司会は再度その扉を開けることが出来る」という条件を加えた時の確率。この時,「客が扉の選択を変更し続け,司会が同じ扉を開け続ける」場合と,「客が同じ扉を選択し続け,司会が同じ扉を開け続ける」つまり「同じ操作を繰り返す」場合の 2 通りを考えた。

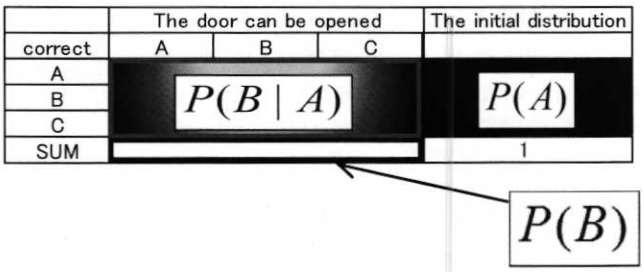
## 3. 結果

Case.1 客が＜ロ＞で選んだ扉が当たりである確率は 1/n 。それ以外の (n-2) 面が当たりである確率はそれぞれ (n-1) /n (n-2)。従って,選択する扉を変更すると,当たる確率が 1/n (n-2) だけ高くなる。

Case.2 客が＜ロ＞で選んだ扉が当たりである確率は 1/n 。それ以外の (n-k-1) 面が当たりである確率は (n-1) /n (n-k-1)。よって選択する扉を変更すると,当たる確率が k/n (n-k-1) だけ高くなる。

Case.3 n=4,5 の時を考えた。 n=4 の場合では 3 種類の結果が, n=5 の場合では, 12 種類の結果が出た。最後に扉を変更した場合の確率は必ず 1/2 以上になった。最小値は扉を一度も変更しない場合で,最大値は最後にのみ扉を変更する場合である。最小値は 1/n で,最大値は (n-1)/n と言える。これらの結果,最後のみ扉を変更する場合の確率が最も高くなった。また,扉を変更した場合,必ず変更前よりも確率が高くなった。原問題でも同様のことが言える。

ベイズの定理を用いた原問題の分析(扉3面)




| | The player chose door A | | | The initial distribution |
|---|---|---|---|---|
| correct | A | B | C | |
| A | | 1/6 | 1/6 | 1/3 |
| B | | | 1/3 | 1/3 |
| C | | 1/3 | | 1/3 |
| SUM | | 1/2 | 1/2 | 1 |

| | The door opened | | |
|---|---|---|---|
| correct | A | B | C |
| A | | 1/3 | 1/3 |
| B | | | 2/3 |
| C | | 2/3 | |

扉 B,C のいずれが開かれた場合でも確率分布は同じ。つまり,最初に選んだ扉が当たりの確率は 1/3 で,選択する扉を変更するとその扉が当たりの確率は 2/3 である。

以下,確率分布を横に表す。